356 - بيّن أن:

$$\left(\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}\right)\ 2\tan\left(\text{Arctan}\,x+\text{Arctan}(x^3)\right)=\tan\left(2\,\text{Arctan}\,x\right)$$

357 - تحقق أنه لكل x من $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[\setminus\left\{-\frac{\pi}{4};0;\frac{\pi}{4}\right\}$ ، يوجد λ من $\mathbb{Z}$ بحيث:

$$\text{Arctan}\left(\frac{1}{2}\tan 2x\right)+\text{Arctan}\left(\frac{1}{\tan x}\right)+\text{Arctan}\left(\frac{1}{\tan^3 x}\right)=\lambda\pi$$

358 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(E):\ \text{Arctan}\,x=\frac{\pi}{4}+2\,\text{Arctan}\,\frac{1}{4}$

359 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(E):\ \text{Arctan}\,\frac{1}{4}+\text{Arctan}\,\frac{1}{5}+\text{Arctan}\,\frac{11}{29}+\text{Arctan}\,x=\frac{\pi}{4}$

360 - حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين:

(1) $\text{Arctan}\,4x+\text{Arctan}\,6x=\frac{\pi}{3}$

(2) $\text{Arctan}\,\sqrt{x}+\text{Arctan}\,2\sqrt{x}=\frac{\pi}{3}$

361 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(E):\ \text{Arctan}\,x+2\,\text{Arctan}\left(\sqrt{\sqrt{1+x^2}-x}\right)=\frac{\pi}{2}$

[يمكنك وضع $t=\text{Arctan}\,x$ ولاحظ أن: $\frac{1-\sin t}{\cos t}=\tan^2\left(\frac{\pi}{4}-t\right)$]

362 - حل في $\mathbb{R}$ كلا من المعادلتين:

(1) $\text{Arctan}\left(\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)\right)-2\,\text{Arctan}\,x=\frac{\pi}{2}$

(2) $\text{Arctan}\,\frac{3x+7}{1-x}-\text{Arctan}\,x=\text{Arctan}\,\frac{1}{2}$

363 - ليكن a من $\mathbb{R}^*$. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية:

$$(E_a):\ \text{Arctan}\,\frac{1}{a}=\text{Arctan}\,\frac{1}{x}+\text{Arctan}\,\frac{1}{(a+1)^2-x+1}$$

364 - ليكن a عدداً حقيقياً موجباً قطعاً. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\text{Arctan}(x-a)+\text{Arctan}\,x+\text{Arctan}(x+a)$$

ونعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة $(E):\ f(x)=\frac{\pi}{2}$

1] بيّن أن $\sqrt{a^2+1}$ و $-\sqrt{a^2+1}$ ليستا حلولاً للمعادلة (E)

2] بيّن أن المعادلة (E) تكافئ: $(F)\ \text{Arctan}(x-a)+\text{Arctan}(x+a)=\text{Arctan}\,\frac{1}{x}$

3] حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (E).

365 - ليكن a و b عددين حقيقيين غير منعدمين.

احسب النهايات التالية:

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\,\text{Arctan}\,\frac{ax^2+bx}{x-1}$ ؛ (2) $\lim\limits_{x\to -\infty}(ax+b)\,\text{Arctan}\,\frac{1}{bx+a}$

(3) $\lim\limits_{|x|\to +\infty}\text{Arctan}\left(\frac{\sqrt{3}x^n+x^2-x+1}{x^n+ax+b}\right)$ (حيث $n\in\mathbb{N}$ و $n\geq 2$)

366 - احسب:

(1) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}}\frac{4\,\text{Arctan}(\sin 3x)-\pi}{\cos 3x}$ ؛ (2) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\text{Arctan}\left(\sin\frac{\pi}{2}x\right)-\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{3\pi}{2}x+\sin\pi x}$

(3) $\lim\limits_{x\to \pi}\frac{\text{Arctan}(\cos x)-\text{Arctan}(\sin x)}{(\tan x)^{17}-1}$ ؛ (4) $\lim\limits_{x\to +\infty}x\left(\text{Arctan}\left(x+\frac{1}{x}\right)-\frac{\pi}{2}\right)$

367 - لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} (\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}) & f(x) = \operatorname{Arctan}\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right) \\ (\forall x \in \{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\}) & f(x) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

ادرس اتصال f على $\mathbb{R}$

---

368 - لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = \operatorname{Arctan}(\sqrt{1+x^2} - x)$

1] أ) بين أن f متصلة على $\mathbb{R}$.

ب) احسب $\lim_{-\infty} f$ و $\lim_{+\infty} f$

2] ادرس تغيرات f .

3] بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال يتم تحديده. ثم عرف f^{-1}

4] بين أن المعادلة $f^{-1}(x) = f(x)$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0 < \alpha < 1$.

5] بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\operatorname{Arctan} x$

---

369 - لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = \operatorname{Arctan}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}+1}$

1] ادرس تغيرات g

2] بين أن g تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال I يتم تحديده .

3] حدد $g^{-1}(x)$ لأجل x من I .

4] استنتج تعبيرا مبسطا لـ $g(x)$

---

370 - لتكن f الدالة المعرفة على $]1;+\infty[$ بما يلي $f(x) = x\operatorname{Arctan}\sqrt{x^2-1}$

1] بين أن f تقابل من $]1;+\infty[$ نحو $[0;+\infty[$

2] حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f^{-1}(x) = f(x)$

---

371 - نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x) = \operatorname{Arctan}\dfrac{x^2-4x+2}{x^2-2}$

1] أ) حدد مجموعة التعريف D للدالة h .

ب) احسب نهايات h عند محدات D

2] بين أن h تحقق تقابلا من $K =]\sqrt{2};+\infty[$ نحو مجال L يتم تحديده .

3] لتكن f الدالة المعرفة على $I =]\sqrt{2}-1;+\infty[$ بما يلي $f(x) = h(x+1)$

بين أن f تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

4] بين أن : $\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ و $\tan\frac{3\pi}{8} = \sqrt{2}+1$

5] حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

---

372 - لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [1;+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = \operatorname{Arctan}(\sqrt{x} + \sqrt{1+x}) - \frac{\pi}{4}$$

1] بين أن f تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده.

2] احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

3] ليكن x من I . نضع $\sqrt{x} = \tan t$ حيث $\frac{\pi}{4} \leq t < \frac{\pi}{2}$

بين أن :
$$f(x) = \frac{1}{2}\operatorname{Arctan}\sqrt{x}$$